

压气机叶片排内三维紊流流动的 隐式高分辨率数值分析*

西 北工业大学 姚吉先** 刘前智 周新海

【摘要】 对跨音速压气机叶片排内具有复杂三维激波的紊流流场所进行的数值分析, 采用了空间三阶精度无波动格式以保证对紊流特征的正确模拟, 利用 LU - SGS 算法避免了一般隐式算法的繁琐运算, 使之与显式方法推进一步的运算工作量基本相当, 从而构成了一种既准确又高效的跨音速压气机紊流流动数值求解系统。计算与实验进行了对比, 结果是令人满意的。

主题词: 压气机 高分辨率 隐式算法 数值分析

分类号: V231.3 O241.82

1 引 言

跨音速轴流压气机和风扇转子叶片排中的流动十分复杂, 对这一复杂流动的详细数值模拟是现代高性能压气机叶片设计中组织三维激波的重要一环。为获得形状、位置正确, 分辨率高的三维曲面激波, 采用高分辨率无波动差分格式可能是可供选择的最佳途径之一。然而问题还在于, 跨音速压气机转子内强激波与边界层相干引起的严重分离对格式提出了更高的要求。研究表明^[1], 为了保证计算给出的流动的真实性, 三阶精度或更高阶的差分格式是合适的。但是, 由三阶精度差分格式又引发出一个计算工作量的问题。众所周知, 对一个三维紊流流动的数值模拟, 整个流场的网点必须足够多。而三阶格式通常在一个方向上要关联 7 个网点上的参数, 这样在常规的隐式解法中, 将涉及一个大带宽矩阵的求逆问题。针对上述问题, 本文采用了最近发展的三阶无波动格式(UNO3)^[2]来保证计算结果的真实性。在解法上采用 LU - SGS 隐式算法^[3], 避免了任何矩阵求逆运算, 在三维系统中保持无条件稳定, 极其显著地减少了计算时间。计算了跨音速压气机叶排内三维紊流流场, 其结果与实验数据吻合程度相当好。

2 控制方程及差分格式

将相对圆柱坐标系(φ, r, Z)下的三维 Reynolds 平均的 Navier - Stokes 方程转换到任意曲线坐标系(ξ, η, ζ)中, 得到

$$\frac{\partial Q}{\partial \alpha} + \frac{\partial E}{\partial \xi} + \frac{\partial F}{\partial \eta} + \frac{\partial G}{\partial \zeta} = K + \frac{\partial E_v}{\partial \xi} + \frac{\partial F_v}{\partial \eta} + \frac{\partial G_v}{\partial \zeta} \quad (1)$$

1995 年 7 月收到; 1995 年 10 月收到修改稿。 * 本文系国家自然科学基金和航空科学基金资助项目

** 西北工业大学 704 教研室 710072

$$Q = J^{-1} \begin{bmatrix} r\rho \\ r\rho u \\ r\rho v \\ r\rho w \\ re \end{bmatrix}; \quad E, F, G = J^{-1} \begin{bmatrix} r\rho\Theta_K \\ r\rho u\Theta_K + rpK\varphi_r \\ r\rho v\Theta_K + rpK\varphi_r \\ r\rho w\Theta_K + rpKz/r \\ r\Theta_K(e+p) + \omega pK\vartheta \end{bmatrix}, \quad K = (\xi, \eta, \zeta)$$

$$K = J^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ -\rho_{uv} + \tau\varphi \\ \rho u^2 + p - \tau\varphi \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad E^v, F^v, G^v = J^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau\varphi K\varphi + r\tau\varphi K_r + r\tau\varphi K_z \\ \tau\varphi K\varphi + r\tau_r K_r + r\tau_z K_z \\ \tau_z K\varphi + r\tau_z K_r + r\tau_z K_z \\ T\varphi K\varphi + rT_r K_r + rT_z K_z \end{bmatrix}, \quad K = (\xi, \eta, \zeta)$$

其中 $\Theta_K = (u - \omega)K\varphi_r + vK_r + wK_z$, $T\varphi = \tau\varphi u + \tau\varphi v + \tau\varphi w - q\varphi$

$$T_r = \tau\varphi u + \tau_r v + \tau_z w - q_r, \quad T_z = \tau\varphi u + \tau_z v + \tau_{zz} w - q_z$$

这里 u, v, w 分别为 Q_r, Z 方向的绝对速度分量, ρ 为密度, e 为总内能, p 为压力, τ 为切应力项, q 为导热项, ω 为角速度, 层流和紊流粘性系数分别用 Sutherland 公式及 Baldwin-Lomax 紊流模型计算。 $J = \partial(\xi, \eta, \zeta) / \partial(Q_r, Z)$ 为几何 Jacobian。

用具有空间统一三阶精度的无波动格式离散对流项, 以(1)中的 $\partial E / \partial \xi$ 为例, 有

$$\partial E / \partial \xi = \hat{A}^+ \Delta_- E^M + \hat{A}^- \Delta_+ E^M$$

其中 $E_i^M = E_i + C_i + D_i$, $C_i = m[\tilde{C}_{i-1/2}, \tilde{C}_{i+1/2}]$, $\tilde{C}_{i+1/2} = \text{sgn} A_{i+1/2} \Delta_{i+1/2} E / 2$

$$D_i = \begin{cases} \bar{m}[\Delta_- \tilde{D}_{i-1/2}, \Delta_+ \tilde{D}_{i-1/2}] & \text{若 } |\Delta_{i-1/2} Q| \leq |\Delta_{i+1/2} Q| \\ \bar{m}[\Delta_- \tilde{D}_{i+1/2}, \Delta_+ \tilde{D}_{i+1/2}] & \text{若 } |\Delta_{i-1/2} Q| > |\Delta_{i+1/2} Q| \end{cases}$$

$$\tilde{D}_{i+1/2} = \text{sgn} A_{i+1/2} \Delta_{i+1/2} E / 3, \quad \tilde{D}_{i-1/2} = -\text{sgn} A_{i+1/2} \Delta_{i+1/2} E / 6$$

$A = \partial E / \partial Q$, $\Delta, \Delta_{\pm}$ 分别是中心和向前、向后差分算子, $\text{sgn} A = R \text{diag}\{\text{sgn}(a_l)\} L$, $\hat{A}^{\pm} = R \text{diag}\{\hat{a}^{\pm}\} L$, $\hat{a}^{\pm} = [1 \pm \text{sgn}(a_l)] / 2$, L 和 R 为 A 的左右特征矩阵, $a_l (l = 1 \sim 5)$ 为 A 的特征值, 而

$$m(a, b) = \begin{cases} s \cdot \min(|a|, |b|) & \text{若 } \text{sgn} a = \text{sgn} b = s \\ 0 & \text{若 } \text{sgn} a \neq \text{sgn} b \end{cases}, \quad \bar{m}(a, b) = \begin{cases} a & \text{若 } |a| \leq |b| \\ b & \text{若 } |a| > |b| \end{cases}$$

另外两个方向的离散格式可仿此写出。对目前几种主要高分辨率格式的比较分析及数值实验表明^[4], 这种以特征通量差分裂为基础的三阶无波动格式(UNO3)具有优良的特性。在本文三维数值分析方法的建立过程中, 曾用二阶 TVD 和 ENO 格式离散对流项, 计算发现, 二阶格式有时较难给出正确的紊流边界层特征。

3 LU-SGS 隐式解法及边界条件

式(1)的隐式 delta 型式为:

$$[I + \Delta t(\Delta_- A^+ + \Delta_- B^+ + \Delta_- C^+) + \Delta t(\Delta_+ A^- + \Delta_+ B^- + \Delta_+ C^-)] \delta Q = \Delta t R \quad (2)$$

这里 R 为右端显式部分, 其中的对流项用 UNO3 格式离散, 粘性项用中心差分, 这两者是相容的^[1]。 $A^{\pm} = (A \pm r_A I) / 2$, $B^{\pm} = (B \pm r_B I) / 2$, $C^{\pm} = (C \pm r_C I) / 2$, $B = \partial F / \partial Q$, $C = \partial G / \partial Q$, 而 r_A, r_B, r_C 分别为 A, B, C 的谱半径。对(2)做 LDU 分解, 有: $LD^{-1}U\delta Q = \Delta t R$ 。其中:

$$L = r_{ABC}I - (A_{i-1}^+ + B_{j-1}^+ + C_{k-1}^+) \Delta t, \quad D = r_{ABC}I, \quad U = r_{ABC}I + (A_{i+1}^- + B_{j+1}^- + C_{k+1}^-) \Delta t$$

而 $r_{ABC} = 1 + (r_A + r_B + r_C) \Delta t$ 。求解过程为:

$$L \text{ 算子: } \delta Q^* = \Delta t [R + A_{i-1}^+ \delta Q_{i-1}^n + B_{j-1}^+ \delta Q_{j-1}^n + C_{k-1}^+ \delta Q_{k-1}^n] / r_{ABC}$$

$$U \text{ 算子: } \delta Q = \delta Q^n - \Delta t [A_{i+1}^- \delta Q_{i+1}^n + B_{j+1}^- \delta Q_{j+1}^n + C_{k+1}^- \delta Q_{k+1}^n] / r_{ABC}$$

$$\text{最后: } Q^{n+1} = Q^n + \delta Q$$

由上述求解过程可以看出, 块矩阵求逆运算已经被简单的除法所代替。对定常问题, 可令 $\Delta t \rightarrow \infty$, 求解过程即为近似牛顿迭代, 这对加速定常紊流流动计算十分有利。LU-SGS 隐式解法推进进一步的运算工作量与显式格式相当, 而且在多维系统中均保持无条件稳定。边界条件的处理是, 进口边界上给定总压、总温、切向和径向绝对速度, 物面边界采用无滑移条件, 出口边界上给定内径处的反压并运用径向平衡条件。出口边界上参数的计算应仔细对待, 本文采用了特征关系方法。

4 计算结果及分析

采用 NASA Lewis37 转子作为算例, 该转子设计状态转速 17188.7 r/min, 进口总压 10.1325 N/cm², 总温 288.2 K, 本文计算了出口内径处反压为 12.7586 N/cm² 的流场, 这种情况下有详细的实验测量数据^[5,6]可供比较。取网格数为 49×49×85(切向×径向×轴向), 物面附近网格根据估计的边界层厚度合理分布, 最小网格法向距离为叶根轴向弦长的 0.0002。图 1 是计算的绝热效率沿径分布与实验的比较, 在整个叶高上, 计算与实验无论是在变化趋势还是

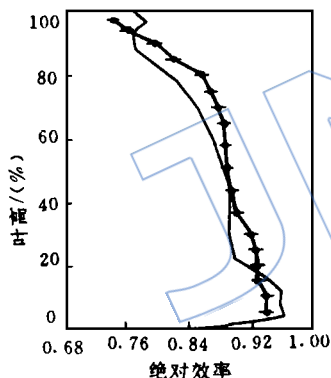


图 1 绝热效率沿展向分布

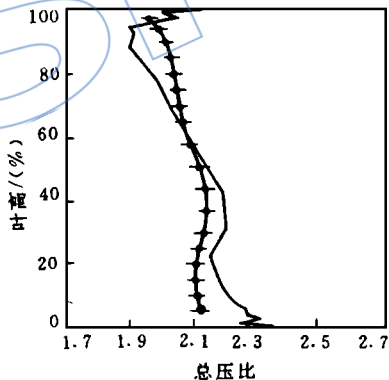


图 2 总压比沿展向分布

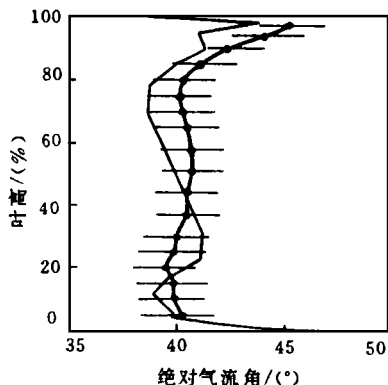


图 3 绝对出气角沿展向分布

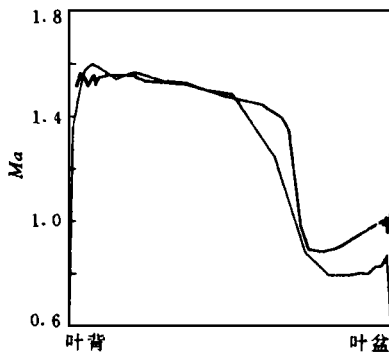


图 4 20% 弦长 50% 叶展处相对 Ma 周向分布

在数值上均符合较好,尤其是叶中附近(图 1–图 7 中粗实线为实验值,细实线为计算值)。

图 2 是总压比沿径分布比较,在 20%–80%叶展范围内,计算值与测量值保持了良好的变化趋势,在叶根和叶尖附近与实验差别较大,但平均压比计算与实验基本相等。图 3 为出气角沿径分布的比较,除端壁区以外,在整个叶展上计算值与测量值的偏差在两度以内。图 4 给出的是 20%弦长 50%叶展处 Ma 数周向分布;图 5 给出了 20%弦长 90%叶展处 Ma 数周向

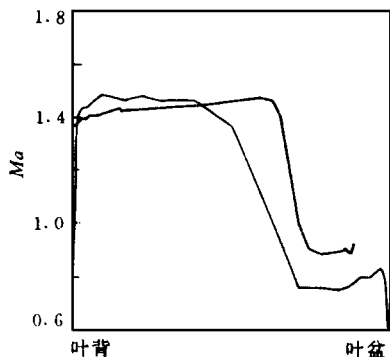


图 5 20%弦长 90%叶展处相对 Ma 周向分布

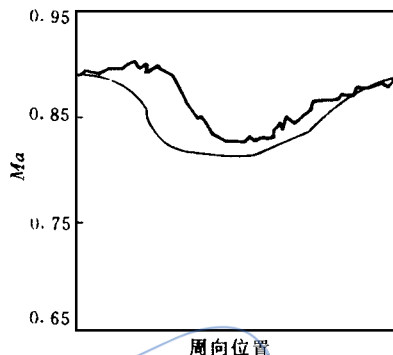


图 6 出口站 50%叶展处相对 Ma 周向分布

分布。预测的 Ma 数峰值及形态在两个不同叶展位置上均与实验吻合,其中的 90%叶展处更好一些,但波后 Ma 数计算值稍低于实验值;此外,两个不同位置上的 Ma 数分布均显示,计算的激波结束的位置与实验结果相当吻合,但计算的激波要比实际的宽,表现在图上就是计算的 Ma 数较实际的先下降。这种情况在激波较弱的叶中最明显,而在激波较强的叶尖附近则有明显改善。图 6 给出了 50% 通道高在出口位置上周向相对 Ma 数分布,预测的尾迹范围较实测的略宽些。图 7 给出 50% 叶展紧靠叶片下游位置上相对 Ma 数的周向分布,尾迹区的宽度与实验符合很好。

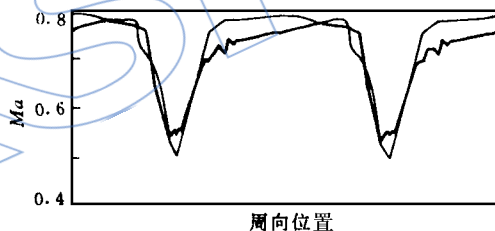


图 7 尾缘后 50%叶展处相对 Ma 周向分布

参 考 文 献

- 1 张涵信. 高精度差分求解气动方程的几个问题. 空气动力学学报, 1993, 11(4)
- 2 Yang J Y. Third- Order Nonoscillatory Schemes for the Euler Equations. AIAA J., 1991, 29(10)
- 3 Yoon S, et al. Lower- Upper Symmetric- Gauss- Seidel Method for the Euler and Navier- Stokes Equations. AIAA J., 1988, 26(9)
- 4 姚吉先. 跨音速压气机流场数值模拟与激波组织研究: [学位论文]. 西北工业大学博士学位论文, 1995
- 5 Suder K L, Celestina M L. Experimental and Computational Investigation of the Tip Clearance Flow in a Transonic Axial Compressor Rotor. ASME 94- GT- 365
- 6 Suder K L, etc. The Effect of Adding Roughness and Thickness to a Transonic Axial Compressor Rotor. ASME 94- GT- 339

FULL- LENGTH PAPERS

NUMERICAL ANALYSIS OF THREE- DIMENSIONAL TURBULENT FLOW IN COMPRESSOR BLADE ROW BY IMPLICIT HIGH- RESOLUTION SCHEME

Yao Jixian, Liu Qianzhi, Zhou Xinhai

(7th Dept. Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072)

ABSTRACT

It is found that a three or high order accurate high- resolution scheme may be more suitable for the correct prediction of turbulent flow field characteristics in the numerical analysis of three- dimensional turbulent shocked flow in transonic compressor blade row. The convergence of the three- dimensional turbulent flow calculation can be remarkably sped up by using the implicit LU- SGS algorithm, which is unconditionally stable. A detailed comparison between numerical solutions and experimental data indicates that their agreement is quite satisfactory.

Key Words Compressors High resolution Implicit methods Numerical simulation

AN EXPERIMENT ON ENLARGING STEADY WORKING RANGE OF SKEWED- SWEEPED ROTATING BLADES

Cai Na (431#, East China University of Technology, Shanghai 2000093)

Zhong Fangyuan (2nd Dept. Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030)

ABSTRACT

An experimental investigation on enlarging the steady working range of skewed- swept rotating blades has been completed. Two types of fan were compared, a fan with conventional (radial) rotating blades and other with the skewed- swept blades. One comparative group was carried out on the conditions of same rotating speed and geometrical parameters but median chord of the skewed- swept rotating was increased about 20.4%, another was carried out at same peak pressure ratio and flow rate. The results of aerodynamic- aeroacoustic performance testing of the groups show not only a noise reduction about 2- 4 dB (A) overall, and an increase of aerodynamic efficiency for the skewed- swept blade, but also a great enlargement of steady working range (one group about 21%, other more than 22%). On the basis of the experimental results, the mechanism of the enlargement of steady working range for skewed- swept rotating blades was analyzed.

Key Words Blades Aerodynamic characteristics Acoustic properties Stability

NUMERICAL SIMULATION OF REACTING FLOWS IN NOZZLE

Wang Jianping and Fang Dingyou

(1st Dept. National University of Defence Technology, Changsha 410072)

ABSTRACT

The numerical simulation of chemically reacting flows in the nozzle is accomplished by a time- dependent technique using semiimplicit scheme. A second- order implicit difference approximation is applied to the time derivatives in governing equations and a noncentered difference approximation is explicitly employed to the spatial derivatives. The numerical instability caused by the stiffness of chemical relaxation equations is successfully